

0:0

Сколько решений, удовлетворяющих условию $1 < x < 5$, имеет уравнение

$$\{x[x]\} = \frac{1}{2}?$$

How many solutions satisfying the condition $1 < x < 5$ have the equation

$$\{x[x]\} = \frac{1}{2}?$$

0:1

Каким наименьшим количеством цифр можно обойтись, если, записав их подряд, мы могли бы путем вычеркивания некоторых цифр получить любое трехзначное число от 100 до 999?

What is the minimal number of digits can be used if, writing them in a row, we could get any three-digit number from 100 to 999 by striking out some numbers?

0:2

В некотором невисокосном году понедельников больше, чем пятниц. Какой из дней недели чаще всего встречается в следующем за этим тоже невисокосном году?

There are more Mondays than Fridays in some non-leap year. What day of the week is the most often in the following non-leap year?

0:3

Ученик написал на доске три натуральных числа, являющихся последовательными членами одной арифметической прогрессии. Затем он стер разделявшие эти числа запятые, и получилось семизначное число. Какое наибольшее число могло при этом получиться?

The student wrote on the Board three natural numbers that are consecutive members of the same arithmetic progression. Then he erased the commas separating these numbers, and the result was a seven-digit number. What is the largest number it could be?

0:4

Про два числа x и y известно следующее:

если $x \geq 0$, то $y = 1 - x$;

если $y \leq 1$, то $x = 1 + y$;

если $x \leq 1$, то $x = |1 + y|$.

Найдите x и y .

It is known about x and y the following:

if $x \geq 0$, then $y = 1 - x$;

if $y \leq 1$, then $x = 1 + y$;

if $x \leq 1$, then $x = |1 + y|$.

Find x and y .

0:5

Найдите наименьшее значение выражения

$$16 \cdot \frac{x^3}{y} + \frac{y^3}{x} - \sqrt{xy}.$$

Find the minimal value of the expression

$$16 \cdot \frac{x^3}{y} + \frac{y^3}{x} - \sqrt{xy}.$$

0:6

Внутри треугольника ABC с углом $BAC = 60^\circ$ взята точка Q так, что углы AQB , BQC и CQA равны по 120° . Длина отрезка $AQ = 2$. Найдите площадь треугольника BQC .

A point Q is taken inside the triangle ABC with the angle $BAC = 60^\circ$ so that the angles AQB , BQC and CQA are equal to 120° . The length of the segment $AQ = 2$.

Find the area of the triangle BQC .

1:1

Перемножив все натуральные числа от 1 до своего возраста включительно, Федя получил число

8 841 761 993 739 701 954 543 616 000 000.

Сколько лет Феде?

Multiplying all natural numbers from 1 to the number of his age inclusive, Fedya got the number:

8 841 761 993 739 701 954 543 616 000 000.

How old is Fedya?

1:2

В детском парке было несколько песочниц. После изменения концепции парка количество песочниц сократилось, причем число процентов, на которое уменьшилось число песочниц, оказалось равным числу оставшихся песочниц. Какое наименьшее число песочниц могло быть в парке до вмешательства реформаторов?

There were several sandboxes in the children's Park. The concept of the Park was changed and the number of sandboxes decreased, so that the number of percentages by which the number of sandboxes decreased became equal to the number of remaining sandboxes. What is the minimal number of sandboxes in the Park could have been before the changes?

1:3

В треугольнике ABC медиана, проведенная из вершины A к стороне BC , в четыре раза меньше стороны AB и образует с ней угол в 60° . Найдите наибольший угол данного треугольника.

In the ABC triangle, the median from vertex A to the side BC is four times shorter than the length of the side AB and forms an angle of 60° with it. Find the largest angle of the triangle.

1:4

Решите уравнение

$$2 \sqrt{1+x} \sqrt{1+(x+1)} \sqrt{1+(x+2)} \sqrt{1+(x+3)(x+5)} = x.$$

Solve the equation

$$2 \sqrt{1+x} \sqrt{1+(x+1)} \sqrt{1+(x+2)} \sqrt{1+(x+3)(x+5)} = x.$$

1:5

Окружность проходит через вершины A и B квадрата $ABCD$ со стороной 1 и пересекает прямые AD и AC в точках P и Q , отличных от A . Найдите длину проекции отрезка PQ на прямую AC .

A circle passes through the vertices A and B of a square $ABCD$ (sides of the square are equal to 1) and crosses straight AD and AC at points P and Q , which are different from point A . Find the length of the projection of the segment PQ on the line AC .

1:6

По окружности посажены n деревьев. Известно, что среди всевозможных расстояний между двумя деревьями не более 100 различных. Каково наибольшее возможное значение числа n ?

There are N trees are planted in a circle. It is known that among all possible distances between two trees there are no more than 100 different ones. What is the greatest possible value of N ?

2:2

Игрушечная машинка может двигаться по прямой, а по команде с пульта поворачивается налево ровно на 17° (относительно прежнего направления движения). Машинка выезжает из некоторой точки и начинает двигаться по прямой. Какое наименьшее количество команд требуется, чтобы игрушка вновь прошла через точку старта?

A toy car can move in a straight line and on the command from the remote turns left exactly on 17° (relative to the previous direction of movement). The car starts from some point and begins to move in a straight line. What is the minimum number of commands required for the toy to go through the starting point again?

2:3

Подряд записали числа 1, 2, 3, ..., 2017, 2018. Каких цифр в записи этих чисел было использовано больше – единиц или двоек? На сколько?

Numbers were recorded consecutively: 1, 2, 3, ..., 2017, 2018. What figure in this record were used more ones or twos? For how many?

2:4

В студенческой конференции участвуют студенты пяти различных университетов (от одного университета может быть несколько представителей). Все участники конференции расселись за круглым столом так, что для любых двух университетов (из данных пяти) найдутся студенты этих университетов, сидящие рядом. Какое наименьшее число студентов может участвовать в конференции?

Students of five different universities participate in the student conference (there can be several representatives from one University). All participants of the conference sat at a round table so that for any two universities (of these five) there will be students of these universities sitting next to each other. What is the smallest number of students that can participate in the conference?

2:5

Решите уравнение

$$|\cos 3x - \operatorname{tg} x| + |\cos 3x + \operatorname{tg} x| = |\operatorname{tg}^2 x - 3|.$$

Solve the equation

$$|\cos 3x - \operatorname{tg} x| + |\cos 3x + \operatorname{tg} x| = |\operatorname{tg}^2 x - 3|.$$

2:6

Высоты AA_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются внутри треугольника в точке K , причем $AK = A_1K$, а $CK : C_1K = 2 : 1$. Найдите угол B .

Altitudes AA_1 and CC_1 of the triangle ABC intersect inside the triangle at the point K , where $AK = A_1K$, and $CK : C_1K = 2 : 1$. Find the angle B .

3:3

В некотором царстве, в некотором государстве проводят выборы в Думу. Две трети избирателей в этой стране являются членами Красной партии, а одна треть – Белой. Царь должен предложить на утверждение проект состава Думы на 100 человек. Известно, что за проект проголосует столько процентов красных (белых), сколько человек из партии Красных (Белых) в предложенном проекте. Какое наименьшее число из партии Красных надо включить в проект состава Думы, чтобы за него проголосовало более половины избирателей?

In a kingdom, a supremacy elections to the Duma are held. Two-thirds of voters in this country are members of the Red party, and one – third are White. The Tsar must propose for approval a draft of the Duma members of 100 people. It is known that as many percent of the Red (White) will vote for the project, as many people from the party of Red (White) in the proposed project. What is the smallest number of the Red party should be included in the draft of the Duma members to be voted by more than half of the voters?

3:4

Пять человек, живущих в разных городах, получили зарплату, одни больше, другие меньше (143, 233, 313, 410 и 413 тугриков). Каждый из них может послать деньги другому по почте. При этом почта берет за перевод 10% пересылаемой суммы денег (чтобы пришло 100 тугриков, надо послать на 10% больше, то есть 110 тугриков). Они хотят переслать деньги так, чтобы у каждого оказалась одна и та же сумма денег, а почта, при этом, получила как можно меньше. Сколько денег будет у каждого при самом экономном способе пересылки?

Five people living in different cities received a salary of different amount (143, 233, 313, 410 and 413 coins). Each of them can send money to the other by mail. The post office takes 10% of the transferred amount of money for the transfer (to receive 100 coins, it is necessary to send 10% more, that is 110 coins). They want to send money so that everyone has the same amount of money, and the mail received as less as possible. How much money will everyone have with the most economical method of shipment?

3:5

Четыре различных числа, являющиеся корнями уравнений $x^2 + px + q = 0$ и $x^2 + qx + p = 0$, в некотором порядке образуют арифметическую прогрессию. Найдите p и q .

Four different numbers that are the roots of the equations $x^2 + px + q = 0$ and $x^2 + qx + p = 0$ in some order form an arithmetic progression. Find p and q .

3:6

В треугольнике ABC угол A равен α , а высота, проведенная к стороне BC , равна h . Вписанная в треугольник ABC окружность касается сторон треугольника в точках K , M и P , где P лежит на стороне BC . Найдите расстояние от P до KM .

The angle A in the triangle ABC is equal to α , and the altitude drawn to the side BC is equal to h . The circle inscribed in the ABC triangle touches the sides of the triangle at points K , M and P , where P lies on the side BC . Find the distance from P to KM .

4:4

Вычислите $f(\sqrt[3]{2} - 1)$, где

$$f(x) = x^{2019} + 3x^{2018} + 4x^{2017} + 2x^{2016} + 4x^{2015} + 2x^{2014} + 4x^{2013} + 2x^{2012} + \dots + 4x^3 + 2x^2 + 3x + 1.$$

Find $f(\sqrt[3]{2} - 1)$, where

$$f(x) = x^{2019} + 3x^{2018} + 4x^{2017} + 2x^{2016} + 4x^{2015} + 2x^{2014} + 4x^{2013} + 2x^{2012} + \dots + 4x^3 + 2x^2 + 3x + 1.$$

4:5

Известно, что уравнение

$$5x^6 - 16x^4 - 33x^3 - 40x^2 + 8 = 0,$$

имеет два таких корня, что их произведение равно 1. Найдите эти корни.

It is known that the equation

$$5x^6 - 16x^4 - 33x^3 - 40x^2 + 8 = 0,$$

has two such roots that their product is equal to 1. Find these roots.

4:6

Решите уравнение

$$\sqrt{2 + \sqrt{2 - \sqrt{2 + x}}} = x.$$

Solve the equation

$$\sqrt{2 + \sqrt{2 - \sqrt{2 + x}}} = x.$$

5:5

В левом нижнем углу шахматной клетки 8×8 стоит король. За один ход он может передвинуться либо на одну клетку вправо, либо на одну клетку вверх, либо на одну клетку по диагонали – вправо и вверх. Сколькими различными путями король может пройти в правый верхний угол?

The King stands in the lower left corner of the 8×8 chessboard. In one move he can move either one cell to the right, or one cell up, or one cell diagonally – to the right and up. In how many different ways can the King go to the upper right corner?

5:6

Из 9 человек, вышедших в финальную часть конкурса, только четыре должны получить приз. Претендентов перенумеровали и выстроили по кругу. Затем было определено некоторое число m (возможно, большее 9) и направление отсчёта. Людей начали пересчитывать, начиная с первого. Каждый m -й становился победителем и выбывал из розыгрыша, а счет, начиная со следующего, продолжался до тех пор, пока не выявили четырех победителей. Первые три приза получили три человека, имевшие в исходной расстановке номера 2, 7 и 5 (именно в такой последовательности они выбывали). Какой номер в начальной расстановке имел четвёртый победитель конкурса?

9 people reached the final part of the competition, only four of them should receive a prize. The applicants were renumbered and lined up in a circle. Some number M was chosen (could be greater than 9) and determined the direction of count. People were counted, starting with the first. Each M -th became the winner and dropped out of the circle, and the score continued from the next one until four winners were revealed. The first three prizes were given to three people who had numbers 2, 7 and 5 in the initial arrangement (in this sequence they were dropped out). What number in the initial line-up was the fourth winner of the contest?

6:6

Сколько различных подмножеств, не содержащих трёх последовательных чисел, можно выбрать из множества чисел $\{1, 2, 3, \dots, 11\}$ (включая пустое множество)?

How many different subsets that do not contain three consecutive numbers can be selected from a set of numbers $\{1, 2, 3, \dots, 11\}$ (including the empty set)?