0:0

Обозначим через $S(n)$ сумму цифр, а через $P(n)$ – произведение цифр натурального числа *n*. Найдите все натуральные числа *n*, для которых $P(n)+S(n)=n$.

Let $S(n)$ is the sum of the digits, and $P(n)$ is the product of the digits of a natural number *n*. Find all natural numbers *n* for which $P(n)+S(n)=n$.

0:1

Найдите наименьшее положительное значение суммы $x+y$, если $(1+tg\,x)(1+tg\,y)=1$.

Find the smallest positive value of the sum of $x+y$ if $(1+tg\,x)(1+tg\,y)=1$.

0:2

В записи натурального числа используются цифры – 3 и 7, причём сумма всех цифр делится как на 3, так и на 7. Найдите наименьшее такое число.

The digits 3 and 7 are used in the writing of the natural number, and the sum of all digits is divisible by 3 and divisible by 7. Find the smallest such number.

0:3

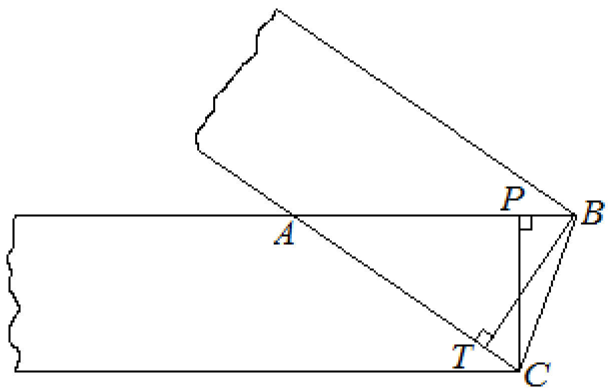
Найдите все целые *a*, при которых уравнение $x^2+ax+a=0$ имеет целый корень.

Find all integers *a* for which the equation $x^2+ax+a=0$ has an integer root.

0:4

Длинную бумажную ленту ширины 1 перегнули под углом к её краю (см. рис.). При этом совместившиеся части ленты образовали треугольник (двухслойный). Найдите его наименьшую возможную площадь.

Long paper ribbon with width equals to 1 bent at an angle to its edge (see pic.).
The overlapped parts of the ribbon formed a triangle (two-layer). Find the smallest possible area of this triangle.



0:5

Решите уравнение $20\{x\}-17[x]=0$.
Solve the equation $20\{x\}-17[x]=0$

0:6

На стороне *BC* равнобедренного ΔABC (*AB* = *BC*) взяли точки *N* и *M* (*N* ближе к *B*, чем *M*) такие, что *NM* = *AM* и $\angle MAC=\angle BAN$. Найдите $\angle CAN$.

On the *BC* side of an isosceles triangle ΔABC (*AB* = *BC*) took the points *N* and *M* (*N* is closer to *K* than *M*) such that *NM* = *AM* и $\angle MAC=\angle BAN$. Find $\angle CAN$.

KAMA challenge 2017

1:1

Стороны прямоугольника выражаются целыми числами. Какой длины они должны быть, чтобы периметр прямоугольника численно равнялся его площади?

The lengths of rectangle sizes are integer numbers. What length they should be to the perimeter of the rectangle is numerically equal to its area?

1:2

Отрезок *AB* – диаметр окружности с центром в точке *O*. В эту окружность вписаны ΔABC и ΔABD, причём *AD* делит пополам $\angle CAB$, а *BC* делит пополам $\angle ABD$. Найдите величину $\angle COD$.

A segment *AB* is the diameter of a circle with center at the point *O*. ΔABC and ΔABD are inscribed in this circle, and *AD* bisects $\angle CAB$, and *BC* bisects $\angle ABD$. Find the value of the $\angle COD$.

1:3

Натуральное число *n* является произведением двух различных простых чисел, а сумма всех его делителей, считая 1, но не считая *n*, равна 1000. Найдите все такие *n*.

A natural number *n* is the product of two different primes, and the sum of all its divisors, including 1 but excluding *n*, is equal to 1000. Find all such *n*.

1:4

В классе не менее 95,5% и не более 96,5% учеников учатся без двоек. При каком наименьшем количестве учеников это возможно?

There are not less than 95.5% and not more than 96.5% of the students learn without deuces (bad marks) in the class. What is the minimal number of students in the class can be when it is possible?

1:5

Решите уравнение $2x^4 = 3x^2(x+1) + 2(x+1)^2$.

Solve the equation $2x^4 = 3x^2(x+1) + 2(x+1)^2$

1:6

В окружность вписан выпуклый пятиугольник *ABCDE*. Стороны *BC*, *CD* и *DE* имеют одинаковую длину, а стороны *AB* и *AE* равны радиусу окружности. Найдите величину $\angle ABC$.

A convex pentagon *ABCDE* is inscribed in a circle. Sides *BC*, *CD*, and *DE* are of the same length and the sides *AB* and *AE* are equal to the radius of the circle. Find the value of $\angle ABC$.

2:2

На доске записано число 23. Каждую минуту число на доске стирается, а на его месте записывается произведение цифр стёртого числа, увеличенное на 12. Какое число будет записано на доске через час?

The number 23 is written on the Black Board. The number on the Board is erased and replaced by the product of its digits increased by 12 every minute. What number will be written on the Board after one hour?

2:3

Незнайка написал на доске несколько различных натуральных чисел и поделил их сумму на их произведение. После этого он стёр самое маленькое
число и поделил сумму оставшихся чисел на их произведение. Второй результат оказался втрое больше первого. Какое число стёр Незнайка?

Dunno wrote on the Board several different natural numbers and divide their sum by their product. Then he erased the smallest number and divide the sum of the remaining numbers by their product. The second result was three times greater than the first. What number did Dunno erase?

2:4

Петя, Коля и Вася решили 100 задач, причём каждый решил по 60 задач. Назовём задачу трудной, если её решил только один из мальчиков, и лёгкой, если её решили все трое. На сколько трудных задач больше, чем лёгких?

Petya, Kolya and Vanya solved 100 tasks, each of them solved 60 tasks. Let's call a task difficult, if it is solved by only one of the boys, and task is easy, if it is solved by all of them. How many more difficult tasks than easy?

2:5

Найдите сумму $1\cdot 1!+2\cdot 2!+3\cdot 3!+\ldots+2017\cdot 2017!$

Find the sum $1\cdot 1!+2\cdot 2!+3\cdot 3!+\ldots+2017\cdot 2017!$

2:6

Найдите сумму всех чисел от 1 до 100, в записи которых нет цифр 4 и 5.

Find the sum of all numbers from 1 to 100, which are not contains niether digit 4 nor digit 5.

3:3

Три математика ехали в одном поезде, но в разных вагонах. Подъезжая к одной станции, математики стали считать скамейки на привокзальном перроне. Оказалось, что к моменту остановки они увидели соответственно 15, 12 и 7 скамеек, а после остановки один математик увидел в три раза больше скамеек, чем другой. А сколько скамеек после остановки увидел третий математик?

Three mathematicians were traveling in the same train but in different railcars. Approaching one station, mathematicians began to count benches on the station platform. Turned out that by the time the stopped they had seen respectively 15, 12 and 7 benches, and after stopping, one mathematician saw three times more benches than the other. How many benches after stopping saw the third mathematician?

3:4

Назовём билет с номером от 000000 до 999999 «отличным», если в записи его номера имеется две соседние цифры, отличающиеся на 5. Сколько всего существует «отличных» билетов?

Let’s call a ticket with a number from 000000 to 999999 "great", if there are two adjacent digits differing by 5 in its writing. How many "great" tickets in total?

3:5

Диагонали *AC* и *BD* трапеции *ABCD* (*AD* || *BC*) взаимно перпендикулярны. Длина средней линии трапеции равна *m*. На большем основании *AD* взята точка *M* так, что *AM* = *m*. Найдите *MC*.

The diagonals *AC* and *BD* of a trapezoid *ABCD (AD || BC)* are mutually perpendicular. The length of the middle line of a trapezoid is equal to *m*. Point *M* is taken on the large base *AD* so that *AM* = *m*. Find *MC*.

3:6

Найдите сумму квадратов цифр всех натуральных чисел от 1 до 2017.

Find the sum of the squares of the digits of all natural numbers from 1 up to 2017.

4:4

При каких *x* и *y* выражение $\frac{3y^2-4xy}{x^2+y^2}$ принимает наибольшее и наименьшее значения?

For which *x* and *y* does the expression $\frac{3y^2-4xy}{x^2+y^2}$ reaches to the maximum and the minimum values?

4:5

На какое наибольшее количество нулей может оканчиваться произведение трёх натуральных чисел, если их сумма равна 407?

On what maximal number of zeros can the product of three natural numbers ends if their sum is equal to 407?

4:6

Правильный 2017-угольник разбит непересекающимися диагоналями на треугольники. Сколько среди них остроугольных?

The regular 2017-gon (a figure with 2017 angles) is cut by non-intersecting diagonals into triangles. How many of them are acute-angled?

5:5

Даны корни x_0 и x_1, x_0 и x_2, …, x_0 и x_n квадратных трёхчленов $y=x^2+a_1x+b_1$, $y=x^2+a_2x+b_2$, …, $y=x^2+a_nx+b_n$. Найдите корни квадратного трёхчлена $y=x^2+\frac{a_1+a_2+...+a_n}{n}x+\frac{b_1+b_2+...+b_n}{n}$.

There are roots x_0 and x_1, x_0 and x_2, …, x_0 and x_n of quadratic trinomials $y=x^2+a_1x+b_1$, $y=x^2+a_2x+b_2$, …, $y=x^2+a_nx+b_n$. Find the roots of the quadratic trinomial $y=x^2+\frac{a_1+a_2+...+a_n}{n}x+\frac{b_1+b_2+...+b_n}{n}$

5:6

Медианы *AE*, *BF*, *CD* Δ*ABC* пересекаются в точке *M*. Оказалось, что точки *E*, *C*, *F*, *M* лежат на одной окружности, *CD* = 1. Найдите длину отрезка *AB*.

The medians *AE, BF, CD* Δ*ABC* intersect at the point *M*. Turned out that points *E, C, F, M* are concyclic (lie on the same circle), *CD* = 1. Find the length of the segment *AB*.

6:6

Последовательность $\{a_n\}$ задана соотношениями $a_1=\alpha$, $a_2=\beta$, $\frac{1}{a_{n+1}}=\frac{2}{a_n}-\frac{1}{a_{n-1}}$ при $n\geq 2$ ($\alpha>\beta>0$). Найти a_{2017}.

The sequence $\{a_n\}$ is set by the ratios $a_1=\alpha$, $a_2=\beta$, $\frac{1}{a_{n+1}}=\frac{2}{a_n}-\frac{1}{a_{n-1}}$ at $n\geq 2$ ($\alpha>\beta>0$).

Find a_{2017}.