

Турнир «KamaChallenge-2016»

Математическая игра «Домино»

0:0

Из квадрата 2016×2016 вырезана одна угловая клетка 1×1 . На какое наименьшее число равновеликих треугольников можно разрезать получившуюся фигуру?

0:1

Найдите наименьшее натуральное число n такое, что при умножении его на 2016 получается точный квадрат.

0:2

В июне прошлого года количество солнечных дней в Перми составило 25% от количества пасмурных, а количество тёплых дней – 20% от количества прохладных. Только 3 дня в июне были тёплыми и солнечными. Сколько дней были пасмурными и прохладными?

0:3

Сколько существует квадратов с вершиной $A(2016; -2016)$, для которых хотя бы одна из координатных осей является осью симметрии?

0:4

Наибольшая сторона треугольника имеет длину 24 см, а отношение его углов равно $1:5:6$. Найдите длину его наименьшей высоты.

0:5

Найдите действительные корни уравнения

$$xe^{-x} + e^{-x} + \frac{x^2}{2} - 1 = 0.$$

0:6

Вычислите: $1 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 5 \cdot 7 + \dots + 2015 \cdot 2017 - 2^2 - 4^2 - \dots - 2016^2$.

1:1

На ветке пальмы сидели 2017 попугаев и разговаривали. Первый попугай сказал: «Второй попугай – жёлтый!», второй попугай сказал: «Третий попугай – жёлтый!», и т.д. 2015-й попугай сказал: «2016-й попугай – жёлтый!», а 2016-й попугай сказал: «2017-й попугай – красный крокодил!». На что 2017-й попугай ответил: «Я не красный крокодил!». Известно, что соврали все жёлтые попугаи, и только они. Сколько всего жёлтых попугаев сидело на ветке?

1:2

Дано число $a = \underbrace{99\dots9}_{2016\text{цифр}}$. Сколько девяток содержит десятичная запись числа a^2 ?

1:3

Решите уравнение

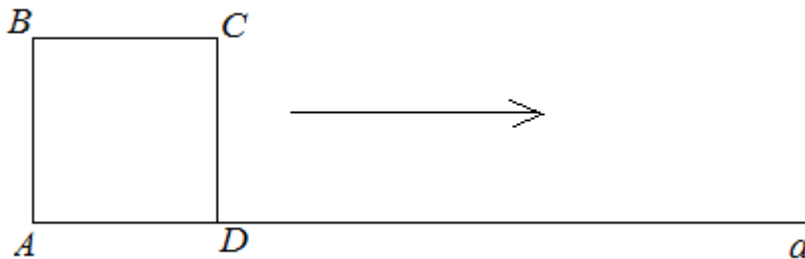
$$\left| \dots \left| |x| - 1 \right| - 1 \right| \dots - 1 \right| = 2016 \quad (\text{в левой части} - 2016 \text{ единиц}).$$

1:4

Мощность цеха сборки составляет 100 изделий А или 300 изделий В в сутки. Отдел технического контроля в сутки может проверить не более 150 изделий. Изделие А стоит вдвое дороже изделия В. Сколько изделий обоих типов следует выпускать в сутки, чтобы общая стоимость продукции была максимальной?

1:5

Квадрат $ABCD$ (см. рис.) со стороной 2016 «катится» вдоль прямой a , пока точка A не вернётся на эту прямую. Каждый раз квадрат поворачивается вокруг правой нижней вершины (т.е. сначала вокруг т. D , потом – вокруг т. C , и, наконец, вокруг т. B). Какова длина пути, пройденного точкой A ?

**1:6**

Найдите первую цифру наименьшего из чисел, которые делятся на 4 и имеют сумму цифр 2016.

2:2

На доске записано 12 целых чисел. Нашли произведения каждой пары чисел. Оказалось, что ровно 21 из этих произведений являются отрицательными. Сколько получилось положительных произведений?

2:3

Пусть $S(x)$ – сумма цифр натурального числа x . Решите уравнение:

$$x + S(x) = 2016.$$

2:4

Прямая, проходящая через вершину треугольника, делит его на два подобных треугольника с коэффициентом подобия $\sqrt{3}$. Найдите углы треугольника.

3:5

На клетчатой бумаге отмечен прямоугольник с вершинами в узлах сетки, со сторонами m и n , причём числа m и n взаимно простые и $m < n$. Диагональ прямоугольника не пересекает ровно 124 клетки из этого прямоугольника. Найдите все возможные значения m и n .

3:6

На плоскости расположены 3 точки $P(3 - a; 6 + 2a)$, $Q(1 + a; 3 - a)$, $R(a - 1; 1)$. При каких значениях a из точки P не видна точка R ?

4:4

При повороте листа бумаги в его плоскости на 180° обозначения цифр 0, 1, 8 не изменяются, обозначения 6 и 9 переходят друг в друга, а запись остальных цифр теряет смысл. Какова вероятность того, что выбранное наугад семизначное число не меняется при повороте листа бумаги на 180° ?

4:5

Решите уравнение $[n \lg 2] + [n \lg 5] = 2016$ на множестве натуральных чисел (здесь $[x]$ — целая часть числа x).

4:6

Сколько положительных среди чисел $\sin 1^\circ, \sin 10^\circ, \sin 100^\circ, \dots, \sin(10^{2016})^\circ$?

5:5

Назовём число суперпростым, если оно остаётся простым при любой перестановке его цифр. Найдите наибольшее суперпростое число.

5:6

Функция $f(x)$ – многочлен с целыми коэффициентами, причём $f(-4)=3$, $19 \leq f(3) \leq 29$. Вычислите $f(16)$, если известно, что это значение принадлежит отрезку $[600; 1100]$.

6:6

Уменьшится или увеличится и во сколько раз число $\frac{1}{1996}$, если в десятичной записи этого числа зачеркнуть первую после запятой отличную от нуля цифру?